

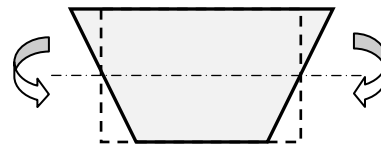


STAN_Web サイト_よくあるご質問

10 . Ver.10 で追加された「平面応力要素」についての詳細を知りたい

3点または4点間を結合する3次元空間上の平面要素です。STAN/3Dで定義が可能な「平面応力要素」とは、平面内の剛性のみを有する平面要素です。評価される剛性は面内並進方向に関する係数のみとなり、法線（面外）応力 $\sigma_z = 0$ と仮定して剛性が評価されます。

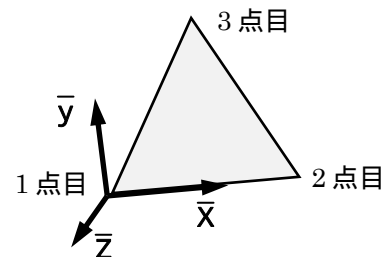
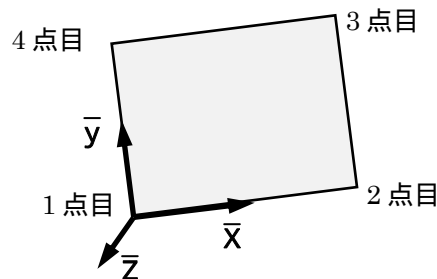
（FEM解析ソフトで一般的な面要素の「シェル要素」ではありません。面外の応力は考慮できません。）
4角形要素においても、変位は面内並進方向だけを持つ適合要素として評価されます。（四辺形双1次要素）
曲げ変形モードによる非適合化は行っておりません。



双1次補間 曲げモード

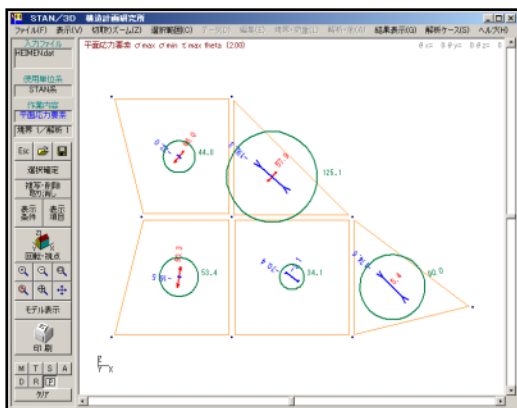
【平面応力要素の要素座標系】

要素定義の時の1点目から2点目のベクトルに \bar{x} を取ります。3点目により形成される面内に \bar{y} を、面外方向に \bar{z} を取ります。



【平面応力要素の応力度成分】

平面応力要素では、垂直応力度、せん断応力度、主応力度、最大せん断応力度 が求められます。



応力度の図化表示の例

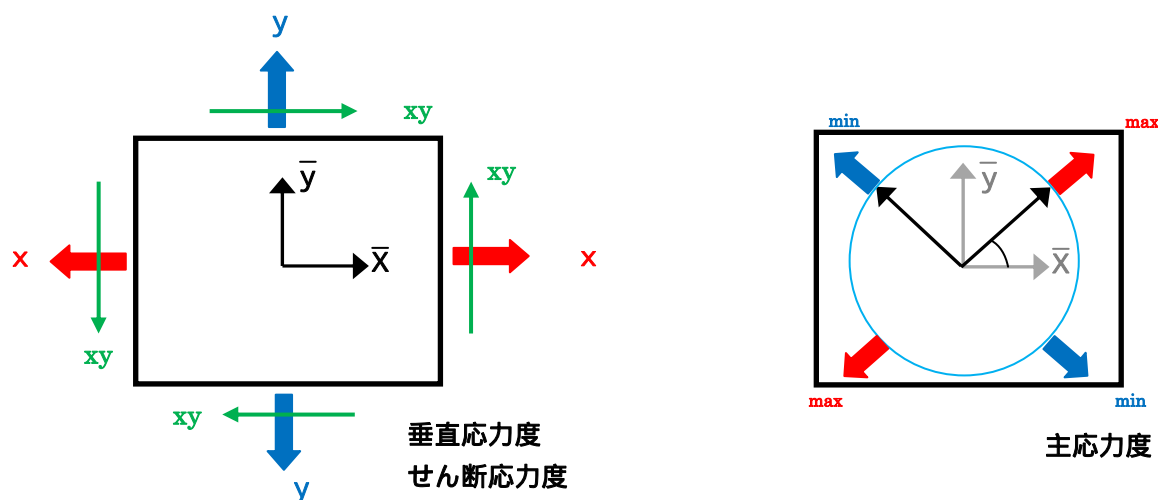
*** 平面要素の応力 (解析ケース 1) ***

部材番号	節点番号		σ_x (ksf/cm ²)	σ_y (ksf/cm ²)	τ_{xy} (ksf/cm ²)	主応力方向 (度)
	左上 左下	右上 右下				
1	3	4	47.39	149.78	71.58	62.79
	1	2	186.59	10.59	88.00	
2	4	6	11.95	17.21	-18.84	-48.97
	2	5	38.60	-4.44	18.02	
3	6	8	26.78	26.84	18.70	45.05
	5	7	45.51	8.11	18.70	
4	8	10	-20.04	-98.26	59.83	28.41
	7	9	12.33	-130.63	71.48	

ファイルに保存 終了

応力度のリスト表示の例

要素座標記に対する応力度成分は以下ようになります。



矢印方向が、正 (+) を示します。逆向きの応力度は、負 (-) で示されます。

x : x 方向 (要素座標系) の軸応力度。引張がプラスで、圧縮がマイナス。

y : y 方向 (要素座標系) の軸応力度。引張がプラスで、圧縮がマイナス。

xy : x - y 平面 (要素座標系の面内) のせん断応力度。

$$\max : \text{主応力度 (最大)} = \frac{x + y}{2} + \sqrt{\left(\frac{x - y}{2}\right)^2 + xy^2}$$

$$\min : \text{主応力度 (最小)} = \frac{x + y}{2} - \sqrt{\left(\frac{x - y}{2}\right)^2 + xy^2}$$

$$\max : \text{最大せん断応力度} = \sqrt{\left(\frac{x - y}{2}\right)^2 + xy^2}$$

θ : x 軸 (要素座標系) と主軸の角度 (主応力方向)

【平面応力要素のご利用について】

平面応力要素のご利用にあたり、ご注意いただく事項をまとめています。

単位系に「STAN系」をご利用の場合、平面応力要素の厚さの単位は「cm」になります。また、結果図化の応力度は、「kgf/cm²」になります。その他の単位系は選択単位系の名称によります。

平面応力要素に「剛域」の設定はできません。

平面応力要素に、荷重項目の「温度荷重」は利用できません。

荷重項目の「自重」はモデル内の要素の自重を自動的に計算する機能ですが、平面応力要素は対象外です。

部材分布バネの設定対象は、骨組要素のみです。平面応力要素は対象外です。平面分布バネのような設定はできません。

荷重項目の「部材荷重」は、平面応力要素には設定できません。

荷重項目の「CMQ荷重」は、平面応力要素には設定できません。

STAN / 3D - F (剛性率・偏心率) オプションにて、剛性率・偏心率の計算対象となるのは、骨組部材、トラス部材、壁エレメントのみとなります。平面応力要素は、対象外となります。平面応力要素を用いたモデルは、STAN / 3D - F では妥当性のある結果が求められません。

STAN / 3D - M (建築用断面算定) オプションにて断面算定ができる部材種別は、断面性能を定義されたビーム要素のみとなります。平面応力要素は対象外です。

四角形の平面応力要素を設定する際、同一平面上に無い4節点を結んだ場合、入力画面では (Invalid) とメッセージが表示されますが、データはそのまま認識され 解析もそのまま実行されます。ただ、ねじれた平面応力要素の解析は妥当性がないのでご注意ください。

平面応力要素においては、要素は細かければ細かいほど精度が上がります。また、三角形要素より四角形要素の方が、精度が良くなります。

【平面応力要素の入力方法】

フレーム・モデルに付加することを主に考えていますので、平面要素用のモデラー機能はありません。骨組部材で利用しているインター・フェイスと同様の機能でモデル化します。節点を画面上で CAD 的に結んで定義するか、データ項目に数値を直接入力する方法でモデル化します。(FEM 解析ソフトによくある、自動メッシュ機能は装備されていません。)

・平面応力要素の追加方法 - 1

プルダウン・メニューより、[編集] [部材追加] [平面応力要素] をクリックします。表示されるダイアログ内で、要素番号には、既に設定されている平面応力要素の最大要素番号 + 1 の数値が自動的に設定されます。その他の情報は設定されていないので、ここで直接入力します。詳細な入力項目の情報については、ヘルプ内の「5-12.平面応力要素」をご参照下さい。骨組部材やトラスのように [参照] はできません。その後、[節点指示&追加] をクリックして表示領域上の節点を、四角(三角)を描くような順で結んでいきます。何個でも追加可能です。追加後は、[右クリック] で [平面応力要素追加] のダイアログに戻りますので、[追加&終了] で全て確定です。

コマンドを選択
[編集] [部材追加]
[平面応力要素]

既に設定されている平面応力要素の最大番号 + 1 の数値が自動的に設定されます。

材料番号等 を設定して [節点指示&追加] をクリック

左図のような順番で、マウスで節点をクリックしていきます。何個でも連続して追加できます。終了したら、[右クリック] で上のダイアログに戻ります。
[追加&終了] をクリックしてコマンドの終了です。

平面応力要素追加

要素番号 36

材料番号 0

指示節点数
 3節点
 4節点

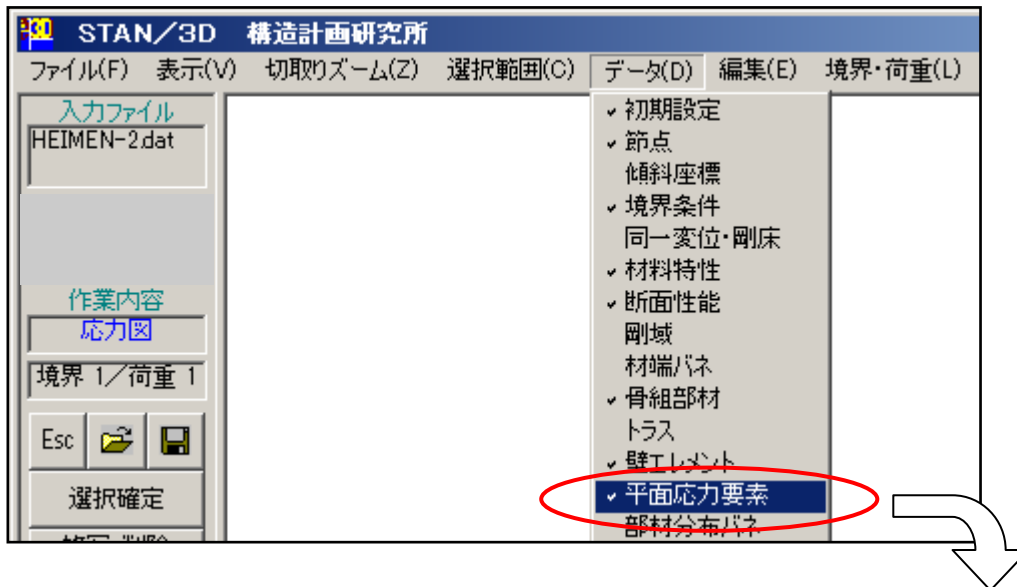
種類 平面応力要素(適合)

厚さ

節点指示 & 追加 要素追加 追加&終了 キャンセル

・平面応力要素の追加方法 - 2

平面応力要素データを直接編集する場合、**プルダウン・メニュー** から **[データ(D)]** をクリックし、**[平面応力要素]** を選択します。平面応力要素データが表示されます。ここで平面応力要素の入力を直接行うことができます。



The screenshot shows the '平面応力要素' dialog box. It contains a table with the following data:

要素番号	節点 1	節点 2	節点 3	節点 4	材料番号	種別	P1	P2	P3	P4
1	1	2	4	3	1	0	0.05			
2	2	5	6	4	1	0	0.05			
17	20	21	27	26	1	0	0.05			
18	21	22	28	27	1	0	0.05			

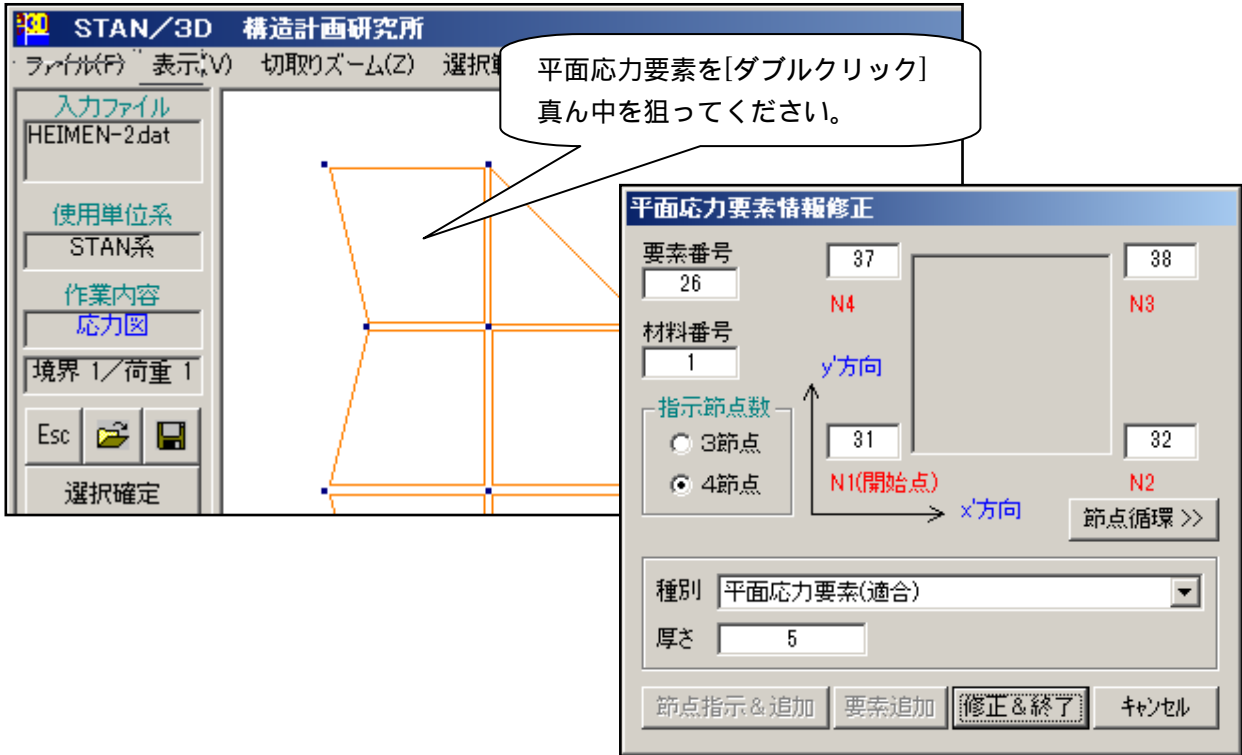
Buttons at the bottom right: '行追加', 'OK', 'キャンセル'.
Text at the bottom left: '種別: 0=平面応力要素(適合)
P1: 厚さ(m), P2~4: 未使用'

ここで、新規に平面応力要素の追加や、既に入力されている平面応力要素データを編集することができます。

STAN/3D では、節点や部材に関しては図からの編集を第一に考えていますので、ここのデータ画面で、数値を直接入力する場合にはいくつかの注意が必要です。まず、新しく要素を追加する場合、要素番号が重複しないように注意して下さい。同様に、要素の削除、要素番号の変更、順序の入れ替えにはご注意ください。これら操作は可能ですが、データ重複の自動チェック等はいりません。修正に不備がある場合、解析時にエラーが発生します。データ修正に関しては CAD 的操作をお勧めします。

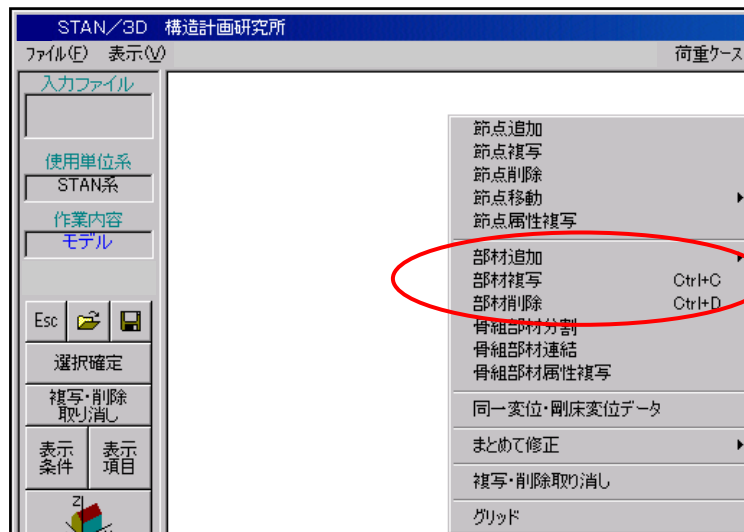
・平面応力要素の編集方法 - 1

画面上の平面応力要素を [ダブルクリック] し、平面応力要素情報修正 画面を出します。ここでも編集が行えます。ここでは1要素についての表示しかおこなわれませんので、多くの要素を一気に編集する場合は、前述した 平面応力要素データ の直接編集の方が手間は掛かりません。



・平面応力要素の編集方法 - 2

画面上を [右クリック] して表示される 編集メニュー でコマンドを選択します。平面応力要素に関しては、部材追加、複写、削除の3つが機能します。詳細はオンラインヘルプの「3-5. モデルの編集」を参照して下さい。分割、連結、属性複写のコマンドは骨組部材限定になりますので、平面応力要素では利用できません。

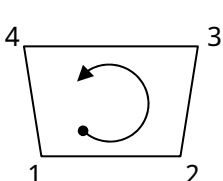
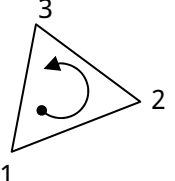
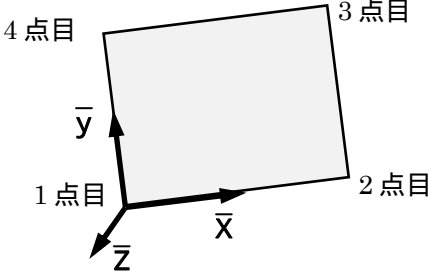
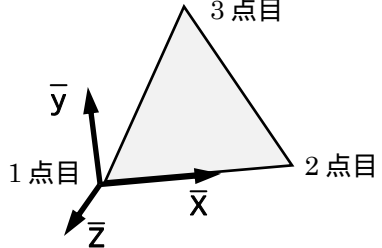


【平面応力要素の入力データ】

データ項目は、フレーム平面を構成する4隅(3隅)の節点番号、材料番号、厚みになります。

要素番号	節点1	節点2	節点3	節点4	材料番号	種別	P1	P2	P3	P4
1	1	2	4	3	1	0	0.05			
2	2	5	6	4	1	0	0.05			
17	20	21	27	26	1	0	0.05			
18	21	22	28	27	1	0	0.05			

種別: 0=平面応力要素(適合)
P1: 厚さ(m)、P2~4: 未使用

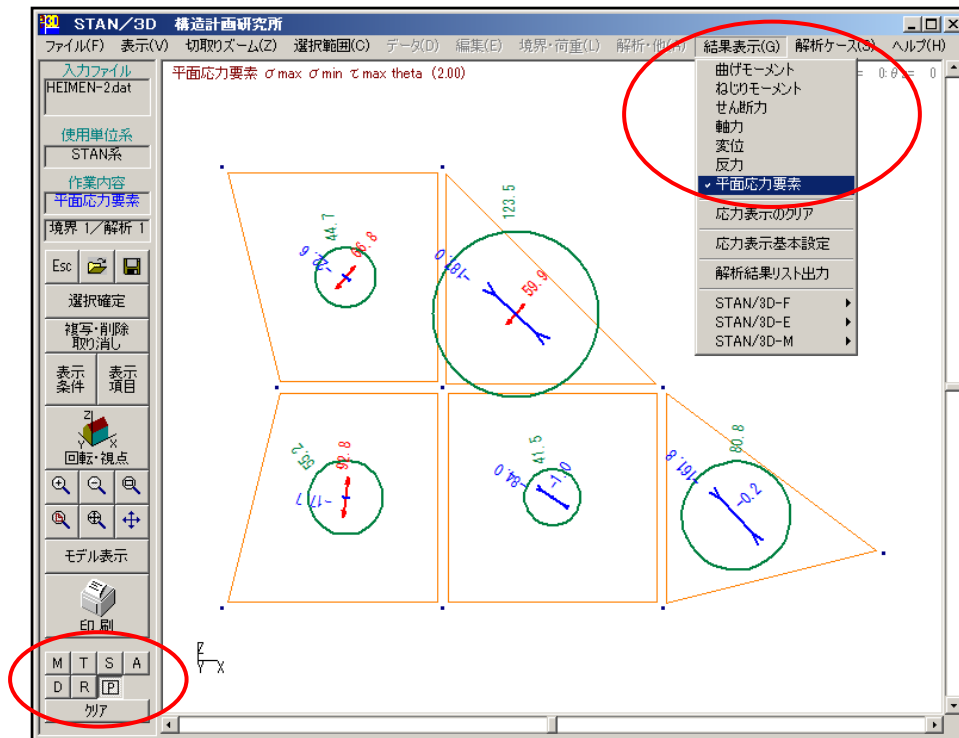
項目	説明
要素番号	<p>定義する要素の番号</p> <p>部材番号は飛び番を許し、1~99999までランダムに入力してもかまいません。</p> <p>骨組部材、トラス部材、壁エレメント部材、平面応力要素を合計した全部材数は、最大18000です。</p>
節点1 2 3 4	<p>平面応力要素を構成する4点もしくは3点の節点番号</p> <p>開始点や向きに制限はありませんが、四角もしくは三角を囲むように指定します。(下図は例です。)</p> <div style="text-align: center;">   </div> <p>三角要素の場合、「節点4」の項目は未入力で結構です。 データ保存時に、自動的に「節点3」と同じ番号が設定されます。 壁エレメントとは設定する節点の位置順序が異なります。ご注意ください。</p> <p>節点1から節点2へ向かうベクトルで要素座標系のxが決まります。 要素座標系は、以下のようになります。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>

材料番号	設定する要素の構成材料 「5-6.材料特性」で定義した材料番号を入力します。 材料番号は必須です。
種別	要素の種別 0：平面応力要素（適合要素） 現在、この項目は設定不要です。
P 1 P 2 P 3 P 4	要素の厚さ P 1：厚さ P 2～P 4：未使用

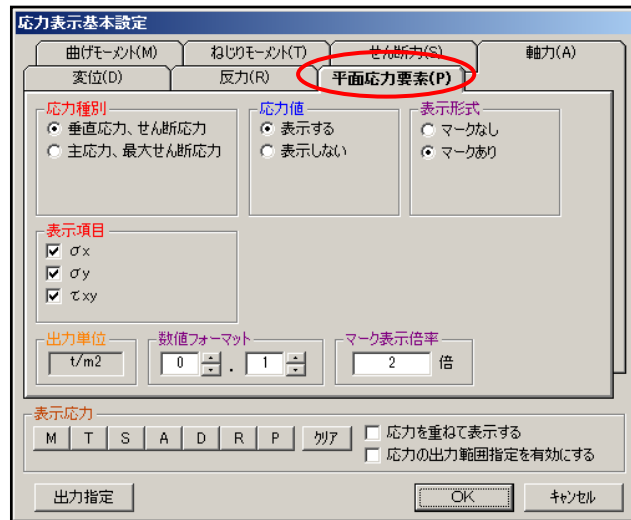
【平面応力要素の図化出力について】

結果表示のコマンドは、「結果表示モード」（オンラインヘルプ_3-2.(4)表示モードについて 参照）の状態でないとは選択できません。応力解析が実行されていない場合や、解析された後でモデルの編集がされていた場合には、結果表示モードに移れませんので、結果表示コマンドも実行できません。その時は、再度 応力解析を実行すれば選択可能になります。

応力表示モードで、プルダウン・メニュー から【応力表示(G)】 【平面応力要素】をクリックすれば結果が図で表示されます。ツールボタン領域 にある【P】のボタンをクリックしても表示されます。

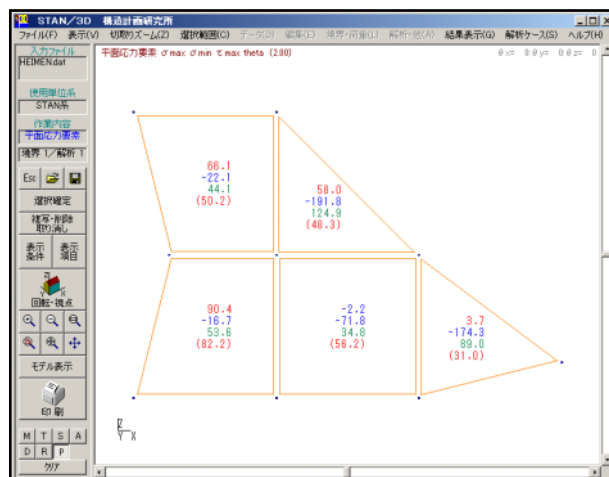


応力表示モードで、プルダウン・メニュー から【応力表示(G)】 【応力表示基本設定】をクリックすれば表示の方法等を変更することが可能です。ここでは「平面応力要素」に限定して説明します。



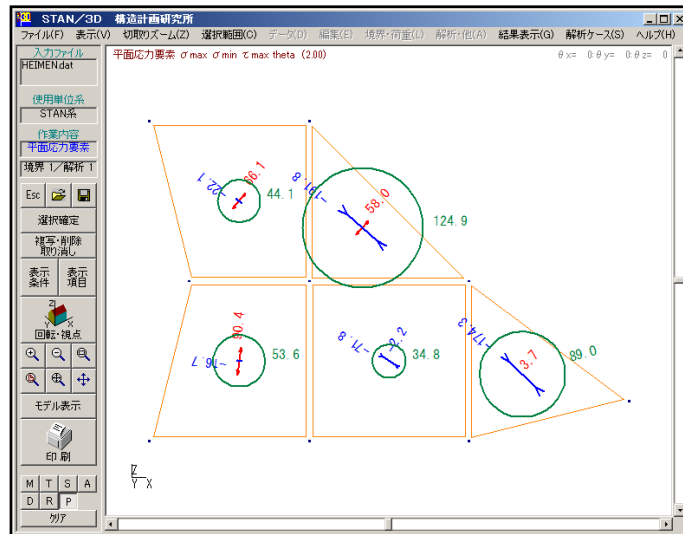
- ・ 応力種別：表示する応力度を、垂直応力、主応力 から選択します。
- ・ 表示項目：表示する応力度成分を指定します。
 垂直応力の場合 x、 y、 xy
 主応力の場合 max、 min、 max
- ・ 応力値：応力度の数字の表示・非表示を指定します。
- ・ 表示形式：図 (の矢印、 の円) の表示形式・非表示を指定します。
- ・ 数値フォーマット：数値の画面表示時の書式を指定します。整数部の桁数と小数点以下の桁数を各々指定します。整数部の桁数で収まらない数値は、書式なし表示されてしまいます。その場合は、桁数を上げて調整して下さい。
- ・ マーク表示倍率： の矢印、 の円の表示倍率を指定します。指定は両方一律での指定になります。

・ マークなしの場合の表示



- 最上段： x または max (初期設定ではプラスが赤、マイナスが青です。変更可能。)
- 2 段目： y または min (初期設定ではプラスが赤、マイナスが青です。変更可能。)
- 3 段目： xy または max (初期値では緑で、変更可能です。)
- 4 段目： x 軸と主軸の角度 (主応力方向)。カッコ内の数値で、主応力 表示時のみ表示されます。

・マークありの場合の表示



中央の矢印とその延長上の数字が 垂直応力度、もしくは 主応力度 になります。(上図は 主応力度)
垂直応力度では矢印は要素座標系の xy 方向に、主応力度では矢印は主応力方向の直交座標に表示されます。
初期設定ではプラスが赤、マイナスが青で、色は変更可能です。矢印の矢の向きが、引張&圧縮を表現
して、数値の符号(引張がプラスで、圧縮がマイナス)と連動しています。矢印の大きさは数値の絶対値
の大きさに連動しています。

緑の数字が せん断応力度、もしくは 最大せん断応力度 になります。(上図は 最大せん断応力度)
緑の丸の大きさが数値の絶対値の大きさに連動しています。緑色は変更可能です。

【平面応力要素の剛性評価について】

一般的な平面要素は、3点または4点間を結合する3次元空間上の平面要素です。3点を有する平面要素を3角形平面要素、4点を有する平面要素を4角形平面要素とします。STAN/3Dで定義可能な「平面応力要素」とは、平面内の剛性のみを有する平面要素です。評価される剛性は面内並進方向に関する係数のみとなり、法線(面外)応力 $\sigma_z = 0$ と仮定して剛性が評価されます。材料剛性マトリックスは次式で得られます。

$$[K]_e = \int_v B_L^T D B_L dv$$

ここに $[K]_e$: 要素の剛性マトリックス
D : 応力 - ひずみマトリックス(材料マトリックス)
 B_L : ひずみ - 変位変換マトリックス(線形)

以下に応力 - ひずみマトリックスおよびひずみ - 変位変換マトリックスについて説明します。

【応力 - ひずみマトリックス】

応力 - ひずみ関係式は次式となります。

$$\sigma = D\varepsilon$$

ここに σ : 応力
D : 応力-ひずみマトリックス(材料マトリックス)
 ε : ひずみ

・平面応力

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

ここに E : ヤング係数
G : せん断弾性係数
 ν : ポアソン比

【ひずみ - 変位変換マトリックス】

ひずみ - 変位関係式は次式となります。

$$\varepsilon = Bu$$

ここに u : 要素端面内変位ベクトル
B : ひずみ-変位変換マトリックス(線形)
 ε : ひずみ

種別ごとの ひずみ - 変位変換マトリックス を示します。

【3角形要素】

要素内のひずみを一定として、形状関数（変位補間関数）を次のように定義します。

$$x = \sum_{i=1}^3 h_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^3 h_i y_i, \quad u = \sum_{i=1}^3 h_i u_i, \quad v = \sum_{i=1}^3 h_i v_i$$

$$\text{ここに} \quad 1 = \sum_{i=1}^3 h_i$$

形状関数を求めると次式となります。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{Bmatrix} \\ \therefore \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 & y_2 - y_3 & x_3 - x_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 & y_3 - y_1 & x_1 - x_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 & y_1 - y_2 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{ここに} \quad 2A = x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - y_1 x_2 - y_2 x_3 - y_3 x_1$$

要素のひずみは次のように定義します。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{Bmatrix}$$

よって、ひずみ - 変位変換マトリクスは次式となります。

$$B = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & 0 & y_3 - y_1 & 0 & y_1 - y_2 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & 0 & x_1 - x_3 & 0 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & y_2 - y_3 & x_1 - x_3 & y_3 - y_1 & x_2 - x_1 & y_1 - y_2 \end{bmatrix}$$

【4角形要素】

4角形要素では各節点間の変位を1次補間したガウス積分点を4点としたアイソパラメトリック要素として考えます。ただし要素の辺による内角は180度以下とします。4角形要素の形状関数（変位補間関数）を次のように定義します。

$$\begin{aligned} H &= \{h_1, h_2, h_3, h_4\} \\ &= \left\{ \frac{1}{4}(1-r)(1-s), \frac{1}{4}(1+r)(1-s), \frac{1}{4}(1+r)(1+s), \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \right\} \end{aligned}$$

一般化座標系でのひずみは変位補間関数の偏微分の導関数となります。

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_i}{\partial r} u_i, \quad \frac{\partial u}{\partial s} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_i}{\partial s} u_i$$

したがって次式のように展開されます。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-s) & (1-s) & (1+s) & -(1+s) \\ -(1-r) & -(1+r) & (1+r) & (1-r) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix}$$

ここで一般化座標系でのガウス積分評価点の座標値 r, s は $\pm 1/\sqrt{3}$ とします。

次に一般化座標と局所座標との変分の関係は次式となります。

$$\frac{\partial}{\partial r} = J \frac{\partial}{\partial x}$$

平面問題では、上式は次式となります。また局所座標から一般化座標への変換マトリクス J (ヤコビアンマトリクス) は、次式のように展開されます。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial r} x_i & \frac{\partial h_i}{\partial r} y_i \\ \frac{\partial h_i}{\partial s} x_i & \frac{\partial h_i}{\partial s} y_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

よってヤコビアンマトリクスの逆行列は次式となります。

$$J^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial r} & -\frac{\partial y}{\partial s} \\ -\frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial s} \end{bmatrix}$$

したがって一般化座標から局所座標への変換は次式となります。

$$\frac{\partial}{\partial x} = J^{-1} \frac{\partial}{\partial r}$$

要素のひずみは次のように定義します。

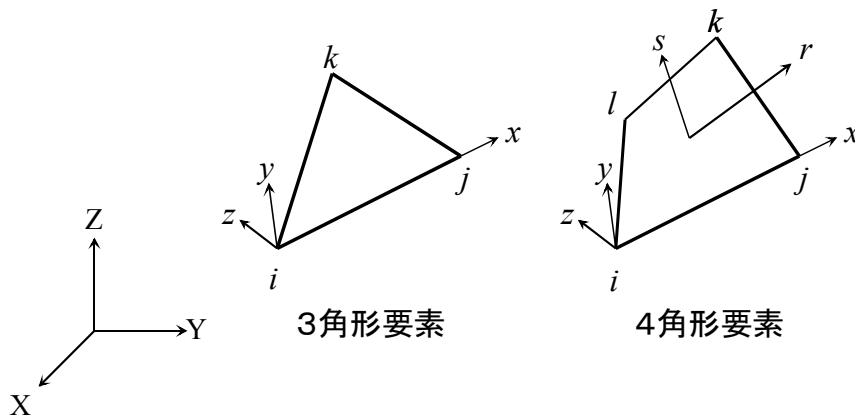
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{Bmatrix}$$

ある積分点のひずみ - 変位変換マトリクスは次式となります。

$$B_i = J_i^{-1} \times \begin{bmatrix} -(1-s_i) & 0 & (1-s_i) & 0 & 1+s_i & 0 & -(1+s_i) & 0 \\ 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 & 1+r_i & 0 & (1-r_i) \\ -(1-r_i) & -(1-s_i) & -(1+r_i) & (1-s_i) & 1+r_i & 1+s_i & (1-r_i) & -(1+s_i) \end{bmatrix}$$

4角形要素では、4つ積分点ごとのひずみ - 変位変換マトリクスを持ちます。

当項目で説明に利用している平面応力要素の要素座標系は以下になります。



平面要素では、節点の定義順に始めの2点を *i*、*j* 端として、局所座標系の *x* 軸は、*i* 端から *j* 端に向かう方向です。 *y* 軸は、局所座標系の *x* 軸と3番目の点(*k* 端)により構成される平面内に定義されます。局所座標系の *z* 軸の方向 (面外方向) は、局所座標系の *x-y* 平面の法線方向に定義されます。ここで、4角形平面要素における4番目の点 (*l* 端) は、局所座標系の *x-y* 平面内のものと仮定します。

4角形要素においても、変位は面内並進方向だけを持つ適合要素として評価されます。(四辺形双1次要素) 曲げ変形モードによる非適合化は行っておりません。

【入力データの書式（平面応力要素 部分）について】

STAN / 3D の入力データは、カンマ区切りのテキストファイルです。ここでは、新しく追加された平面応力要素のデータ部分について説明しています。

新しく追加された「識別コード」は `PLAEN` になります。平面応力要素のデータが入力されれば、この識別コードが追加されます。位置は `WALL`（壁エレメントデータ）と、`MEM2-SPRING`（部材分布バネデータ）の間になります。

```

1035, 921, 1020,T1,0,,,,,
1036, 922, 1021,T1,0,,,,,
WALL
 1, 9, 16, 109, 116, 1,0,0.5,,,
 2, 109, 116, 209, 216, 1,0,0.5,,,
PLANE
 1, 2, 9, 109, 102, 1,0,5,,,
 2, 102, 109, 202, 209, 1,0,5,,,
 3, 209, 216, 316, 309, 1,0,5,,,
MEM2-SPRING
 1,1,,1.2,1.2,
 2,1,,1.2,1.3,
AI-LOAD
0,0,1.0,2,0.2,0.0, 0
LOAD-DEFINITION
    
```

PLANE	平面応力要素データ
-------	-----------

順序	項目	書式	説明	省略時	最大
1	部材番号	I	1 ~ 9 9 9 9 9	×	5
2	左下節点番号	I	三角要素の場合、右上節点番号と左上節点番号は同じになる	×	5
3	右下節点番号	I		×	5
4	右上節点番号	I		×	5
5	左上節点番号	I		×	5
6	材料番号	I		1 ~ 1 0	×
7	種別	I	0 : 平面応力要素 (適合要素)	0	1
8	P 1	R	厚さ	-	12
9	P 2	R	未使用	-	12
10	P 3	R		-	12
11	P 4	R		-	12

部材番号の順番は任意です。