

## ◆ マルチ・シア・スプリング入門

### ✓ マルチ・シア・スプリングとは？

立体モデルにおいて免震支承材をモデル化する際にマルチ・シア・スプリング（以下、MSS）というモデル化がよく用いられます。モデルとしては以下の図のように、平面的にばねを放射上に分散させて配置するモデルです。なぜこのようなモデル化が広く用いられているのかについて取り上げたいと思います。



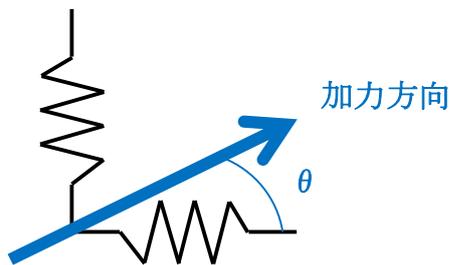
MSSの立体イメージ

### ✓ なぜマルチ・シア・スプリングが必要？

質点系モデルでは、免震支承材は単純なせん断ばねとしてあらわされます。一方で立体モデルでは部材の変形はあらゆる方向に発生する可能性があります。免震支承材のような部材はいずれの方向に対しても同じ特性を示すことになるはずですので、あらゆる方向において等価な性能を発揮するモデル化が必要になります。

✓ 弾性なら2本で十分

実際には部材が弾性であれば、いずれの方向に応力が発生するとしてもX、Y方向の2本のばねで表現することが可能です。 $\theta$ 方向の加力を仮定したときの加力方向の剛性を以下で計算してみます。結論から述べますと、X,Y方向にそれぞれ1本ずつばねを配置すれば、加力方向のばね値は最終的に  $K \cdot (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = K$  となり、X,Y方向と同じ値となることがわかります。したがって、免震支承材でも天然ゴム系積層ゴムのような弾性と仮定できる部材であれば、MSSは2本で十分ということになります。



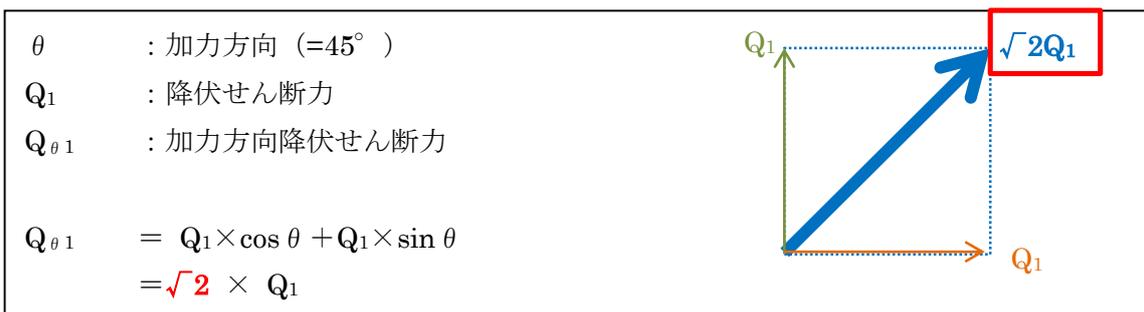
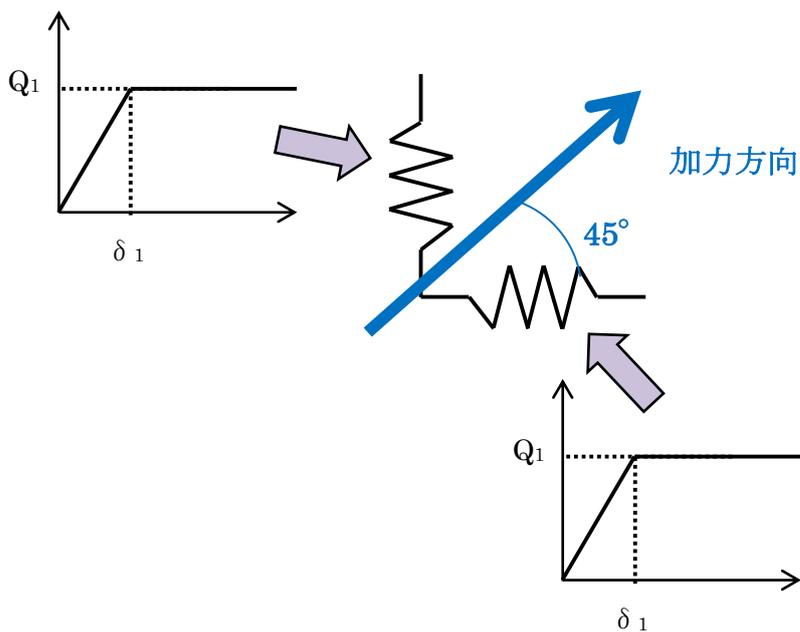
<p><math>\delta</math> : 加力方向 (<math>\theta</math> 方向) 発生変位</p> <p><math>\delta_x</math> : <math>\delta</math> の X 方向成分 (<math>= \delta \times \cos \theta</math>)</p> <p><math>\delta_y</math> : <math>\delta</math> の Y 方向成分 (<math>= \delta \times \sin \theta</math>)</p>	
---	--

<p><math>F_x</math> : X 方向ばね発生応力 (<math>F_x = K \times \delta_x</math>)</p> <p><math>F_y</math> : Y 方向ばね発生応力 (<math>F_y = K \times \delta_y</math>)</p>	
---	--

<p><math>F</math> = <math>F_x \times \cos \theta + F_y \times \sin \theta</math></p> <p>= <math>K \times (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \times \delta</math></p> <p>= <math>K \times \delta</math></p>	
---	--

✓ 弾塑性の場合、ばね 2 本では降伏せん断力に方向性が発生する

続いて弾塑性特性を持つ部材について考えてみます。X,Y 方向各 1 本のばねでモデル化した場合、弾塑性特性を持つ部材では方向ごとに耐力差が生じる可能性があります。以下では、簡単のため 45° 加力時において単純なバイリニア特性を持つばねを仮定します。計算にしてみると、45° 方向加力ではベクトルの関係から加力方向の降伏せん断力は $\sqrt{2}$ 倍に増加してしまうことがわかります。このことから、弾塑性特性を持つ免震支承材の場合は MSS によりばねを複数本分散配置する必要があることがわかります。

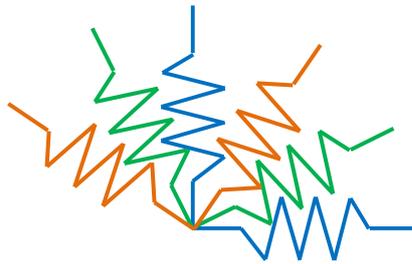


✓ ばねをどう分散させるか？

ばねを分散配置する場合には、各方向で同等の性能を示すように 1 本あたりの性能を適切に低減させたくて分散配置する必要があります。その時の低減率は、剛性と耐力でそれぞれ異なる低減率を考慮する必要があります。以下では 6 本の場合を例にとり、X 方向に加力した際の初期剛性および耐力が 1 本のばねで表したばねの特性と等価になるようなばね値を計算してみます。

1 本のばねとしての特性値 : ばね値  $K$ , 降伏せん断力  $Q$

MSS の 1 本のばねの特性値 : ばね値  $K'$ , 降伏せん断力  $Q'$



(X 方向に対する剛性)  

$$K' \times \cos^2 \theta + K' \times \sin^2 \theta = K'$$

(X 方向に対する降伏せん断力)  

$$Q' \times \cos \theta + Q' \times \sin \theta = Q'$$

(X 方向に対する剛性)  

$$K' \times \cos^2 \theta + K' \times \sin^2 \theta = K'$$

(X 方向に対する降伏せん断力)  

$$Q' \times \cos \theta + Q' \times \sin \theta = (1 + \sqrt{3})/2 \times Q'$$

(X 方向に対する剛性)  

$$K' \times \cos^2 \theta + K' \times \sin^2 \theta = K'$$

(X 方向に対する降伏せん断力)  

$$Q' \times \cos \theta + Q' \times \sin \theta = (\sqrt{3} + 1)/2 \times Q'$$

以上の計算結果より、6本の場合の低減率は以下になります。

剛性低減率	耐力低減率
1/3 (0.33333)	1/(2+√3) (0.26795)

上記の計算をばね n 本の場合で定式化すると以下になります。

(当社 HP の FAQ による式と記載が異なりますが、結果としては同じになります)

剛性低減率： $\frac{2}{n}$

耐力低減率：
$$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n/2} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{n} \cdot (i-1)\right) + \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (i-1)\right) \right\}}$$

参考までに各ばね本数と低減率を示します。

本数	2	4	6	8	16
剛性低減率	1.00000	0.50000	0.33333	0.25000	0.12500
耐力低減率	1.00000	0.41421	0.26795	0.19891	0.09849

✓ まとめ

- ・MSS は方向によって復元力特性に大きな差が生じないようにするためのモデル化。
- ・弾性部材の場合は、X,Y 方向の 2 本のばねで問題ない。
- ・ばねの本数によって剛性、耐力それぞれ適切な低減率を乗じた上で分散配置する。